



# **MATHEMATIK bei KRAUSE-PLONKA**

**Nostalgie,  
Gruseln, Grauen und Gänsehaut  
für 30 Minuten**

<http://www.krauseplonka.de/>



2002 Klasse 5

Die Folge 1, 4, 9, 16, ..... ist gegeben. 49, ... 576, 625

Wie heißt das 7., das 24. und das 25. Glied der Folge.

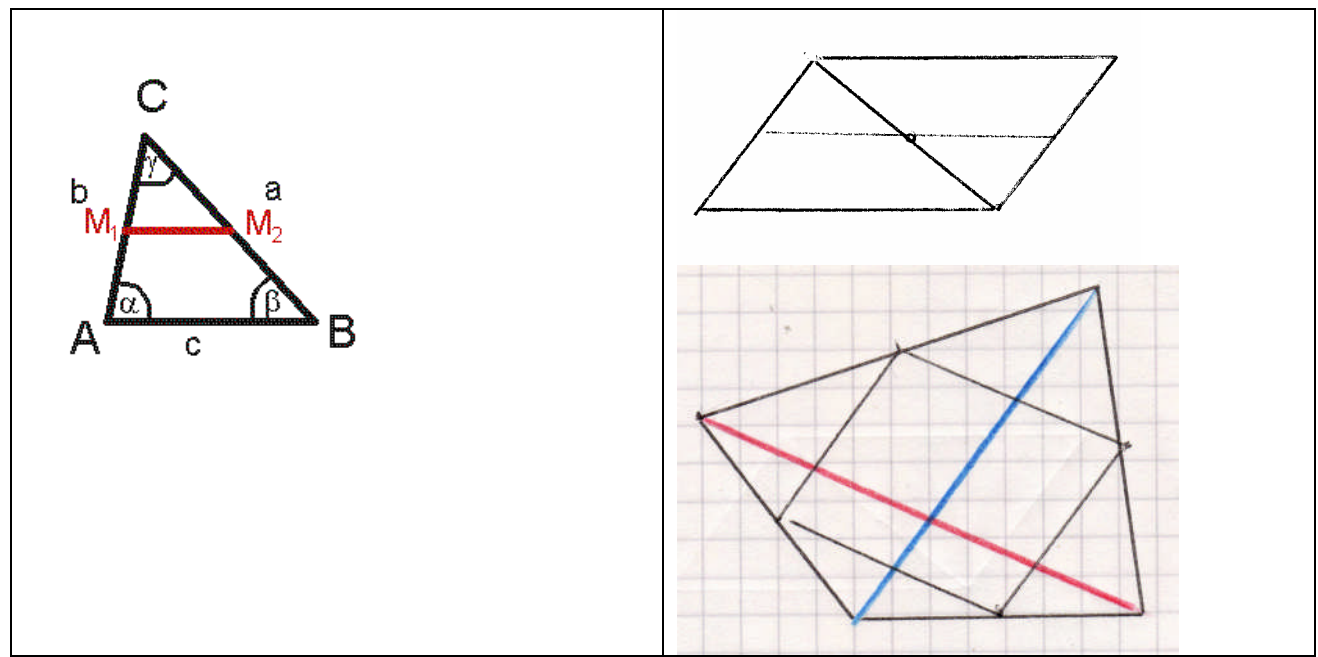
2002 Klasse 6

-----  $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \dots$

$1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}, 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}, \dots$  Wie heißt das 6. Glied der Folge?

2002 Klasse 7

Voraussetzung: Die Verbindungsstrecke der Halbierungspunkte zweier Seiten in einem Dreieck ist parallel zur dritten Seite



**Beweise:**  
 Verbindet man die Mittelpunkte der Seiten eines beliebigen Vierecks, entsteht ein Parallelogramm.

2002 Klasse 8

$(a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2) \cdot (a^4 - b^4) = (a^4 - b^4)(a^4 - b^4) = a^8 - 2a^4b^4 - b^8$



2002 Klasse 9

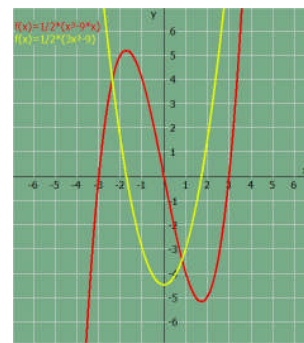
Ist das Dreieck aus  $a=24$  cm,  $b=25$  cm und  $c=7$  cm rechtwinklig?  $7^2+24^2=625$

2002 Klasse 10

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$  (n-Fakultät)

Schreibe die ersten drei „Plätze“ für  $n=1$ ,  $n=2$  und  $n=3$  auf von:  $(-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

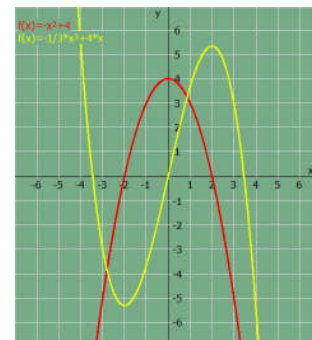
2002 Klasse 11



Zeichne in ein Koordinatensystem

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^3 - 9 \cdot x) \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 9)$$

2002 Klasse 12



Zeichne in ein Koordinatensystem

$f(x) = -x^2 + 4$  und bestimme den Flächeninhalt zwischen Kurve und x-Achse.

Hinweis:  $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x$



2002

Klasse 13.1

Die Gerade  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  durchstößt die Ebene  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

Bestimme die Koordinaten des Durchstoßpunktes.

(1 / 1 / 0)

2002

Klasse 13.2

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit drei Würfeln bei einem Wurf 3 Sechsen zu würfeln, bzw. bei einem Wurf keine Sechsen zu würfeln.

**Methoden:****Problemlösendes, aufgabenorientiertes Arbeiten****Binnendifferenzierung - Kleingruppenarbeit****Ergebnissicherung durch Schülervortrag**



NAME:

ABITUR JAHRGANG:

**KLASSENARBEIT 2003**

1. 
$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} =$$

2. Eine Urne enthalte 3 rote, 2 schwarze und 1 grüne Kugel.  
Es werden drei Kugeln **ohne** Zurücklegen gezogen.

- a) Zeichne ein Baumdiagramm  
b) Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:  
A: die dritte Kugel ist rot.  
B: die erste und dritte Kugel sind gleichfarbig.

**Ergebnisse vom 29.11.2003**

- a) Der Baum hat 19 Pfade  
b)  $p(A) = \frac{1}{2}$   
{ rrr, rsr, rgr, srr, ssr, sgr, grr, gsr }

$$p(B) = \frac{4}{15}$$

{ rrr, rsr, rgr, srs, sgs }

**Ev. Zusätzlich:**

C: die erste oder dritte Kugel ist grün.

$$p(C) = \frac{1}{3}$$

D: die zweite Kugel ist grün oder die dritte Kugel ist rot.

$$p(D) = \frac{17}{30}$$

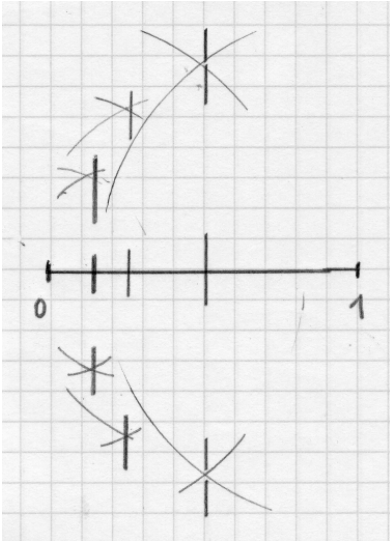


26.Nov.2005 NAME:

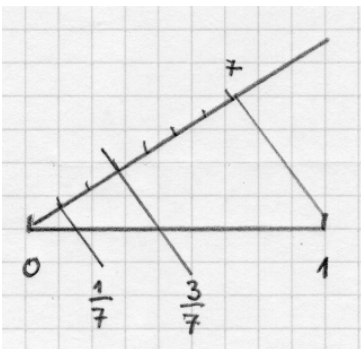
ABITUR JAHRGANG:

# Algebraische Geometrie :

Gib die Zahlen  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{8}$  als Dezimalzahlen an und konstruiere sie mit Zirkel und Lineal! 0,5 und 0,125

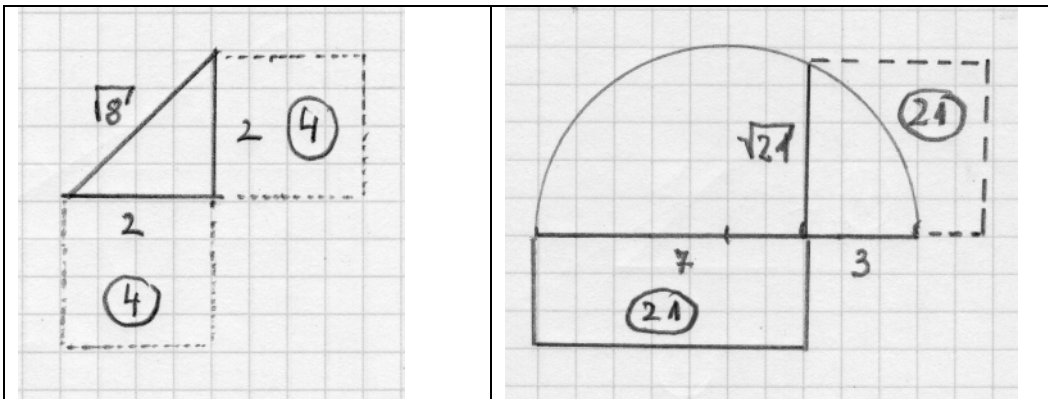


Gib die Zahlen  $\frac{1}{7}$  und  $\frac{3}{7}$  als Dezimalzahlen an und konstruiere sie mit Zirkel und Lineal!  $0,\overline{142857}$  und  $0,\overline{428571}$





Gib die Zahlen  $\sqrt{8}$  und  $\sqrt{21}$  als Dezimalzahlen an und konstruiere sie mit Zirkel und Lineal!  
2,8284271247462..... und 4,5825756949558.....





PLATON

MENON

Übersetzung : Schleiermacher

26. Nov. 2005

SOKRATES: *Er ist doch ein Hellene und spricht hellenisch?*

MENON: *Sehr gut; er ist im Hause aufgezogen.*

SOKRATES: *Merke also wohl auf, wie er dir erscheinen wird, ob als erinnerte er sich oder als lernte er von mir.*

MENON: *Das will ich tun.*

XVI. **SOKRATES:** Sage mir also, Knabe, weist du wohl, dass ein Viereck eine solche Figur ist?

**SKLAVE** : Das weiß ich.

SOKRATES: Gibt es also ein Viereck, welches alle diese Seiten, deren vier sind, gleich hat?

SKLAVE : Allerdings.

SOKRATES: Hat es nicht auch diese beiden, welche durch die Mitte hindurchgehen, gleich?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: Ein solcher Raum nun kann doch größer und kleiner sein?

SKLAVE : Freilich.

SOKRATES: Wenn nun diese Seite zwei Fuß hätte und diese auch zwei; wie viel Fuß enthielte das Ganze? - Überlege es dir so. Wenn es hier zwei Fuß hätte, hier aber nur einen, enthielte dann nicht der ganze Raum einmal zwei Fuß?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: Da er nun aber auch hier zwei Fuß hat, wird er nicht von zweimal zwei Fuß?

SKLAVE : Das wird er.

SOKRATES: Zweimal zwei Fuß ist er also?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: 'Wie viel nun zweimal zwei Fuß sind, das rechne aus und sage es.

SKLAVE : Vier, o SOKRATES .

SOKRATES: Kann es nun nicht einen ändern Raum geben, der das Doppelte von diesem wäre, sonst aber ein ebensolcher, in dem alle Seiten gleich sind wie in diesem?

SKLAVE : O ja.

SOKRATES: Wie viel Fuß muss der halten?

SKLAVE : Acht Fuß.

SOKRATES : Gut! Nun versuche auch mir zu sagen, wie groß jede Seite in diesem Viereck sein wird. Nämlich die des ersten ist von zwei Fuß; die aber jenes doppelten?

SKLAVE : Offenbar, O SOKRATES, zweimal so groß.

SOKRATES: *Siehst du wohl, Menon, wie ich diesen nichts lehre, sondern alles nur frage? Und jetzt glaubt er zu wissen, wie groß die Seite ist, aus der das achtfüßige Viereck entstehen wird. Oder denkst du nicht, dass er es glaubt?*

MENON: *Allerdings.*

SOKRATES : *Weiß er es aber wohl?*

MENON: *Wohl nicht.*

SOKRATES: *Er glaubt aber doch, es entstehe aus der doppelten?*

MENON: *ja.*

XVII, SOKRATES: - *Sieh nun zu, wie er sich weiter so erinnern wird, wie man sich erinnern muss. -*

Du aber sagst mir, aus der doppelten Seite, sagst du, entstehe das doppelte Viereck? Ich meine aber ein solches, nicht etwa, was hier lang ist, dort aber kurz; sondern es soll nach allen Seiten gleich sein, wie dieses hier, aber das Zweifache von diese also achtfüßig. Sieh nun zu, ob du noch meinst, dies werde aus der zwiefachen Seite entstehen?

SKLAVE : So meine ich.

SOKRATES : Wohl! Dies wird doch die zweifache von dieser, wenn wir noch eine ebenso große hinzusetzen?

SKLAVE : Allerdings.

SOKRATES: Und aus dieser, glaubst du, werde das achtfüßige Viereck entstehen, wenn wir vier solche nehmen?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: So lass uns von ihr vier gleiche beschreiben. Nicht wahr also, dies wäre, was du für das achtfüßige hältst?

SKLAVE : Allerdings.

SOKRATES: Sind nun nicht in ihm diese vier, deren jedes diesem vierfüßigen gleich ist?

SKLAVE : ja.



26. Nov. 2005

SOKRATES: Wie groß ist es also? Nicht viermal so groß?

SKLAVE : Nicht anders.

SOKRATES: Ist nun das viermal so große das Zweifache?

SKLAVE : Nein, beim Zeus.

SOKRATES : Sondern das wie vielfache?

SKLAVE : Das vierfache.

SOKRATES: Aus der zweifachen Seite also entsteht uns nicht das zweifache, sondern das vierfache Viereck.

SKLAVE : Du hast Recht.

SOKRATES: Denn von vier ist das Vierfache sechzehn. Nicht?

SOKRATES : Ja.

SOKRATES: Das achtfüßige aber, von welcher Seite entsteht das? Nicht wahr? Aus dieser entsteht das Vierfache?

SKLAVE: Das sage ich auch.

SOKRATES: Und das vierfüßige entsteht aus dieser halben?

SKLAVE : ja.

SOKRATES : Wohl. Das achtfüßige aber, ist es nicht von diesen hier das Zwifache, von diesem aber die Hälfte?

SKLAVE : Allerdings.

SOKRATES: Muss es also nicht aus einer größeren Seite entstehen als diese und aus einer kleineren als diese? Oder nicht? Ich wenigstens denke so.

Schön! Denn immer nur, was du denkst, musst antworten. Und sage mir, hatte nicht diese zwei Fuß, diese aber vier?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: Also muss des achtfüßigen Vierecks Seite größer ein als diese zweifüßige und kleiner als die vierfüßige?

SKLAVE: Das muss sie.

SOKRATES: So versuche denn zu sagen, wie groß du meinst, dass sie sei.

SKLAVE : Dreifüßig.

SOKRATES : Gut. Wenn sie dreifüßig sein soll, so wollen wir von dieser noch die Hälfte dazunehmen, so wird sie dreifüßig; denn dies ist zwei Fuß, und dies ist ein Fuß, und auf dieser Seite ebenso sind dies zwei, dies einer. Und dies wird nun das Viereck, welches du meinst.

SKLAVE : ja.

SOKRATES: Wenn es nun hier drei Fuß hat und hier auch drei Fuß, so wird das ganze Viereck von dreimal drei Fuß.

SKLAVE : Offenbar.

SOKRATES: Dreimal drei aber, wie viel Fuß sind das?

SKLAVE : Neun.

SOKRATES: Wie viel Fuß aber sollte das Zwifache halten?

SKLAVE : Acht.

SOKRATES: Auch nicht aus der dreifüßigen Seite also wird uns das achtfüßige Viereck.

SKLAVE : Freilich nicht.

SOKRATES: Von welcher also, das versuche doch uns genau zu bestimmen; und wenn du es nicht durch Zählen willst, so zeige uns nur, von welcher.

SKLAVE : **Aber beim Zeus, SOKRATES, ich weiß es nicht.**

SOKRATES: Sieh nun aber auch zu, was er von' dieser Verlegenheit aus, mit mir suchend, auch finden wird, indem ich ihn immer nur frage und niemals lehre. Und gib wohl Acht, ob du mich je darauf betriffst, dass ich ihn lehre und ihm vortrage und nicht seine eignen Gedanken nur ihm abfrage.

XIX. SOKRATES: Sage mir du, ist dies nicht unser vierfüßiges Viereck? Verstehst du?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: Können wir nun nicht hier noch ein gleiches daransetzen?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: Und auch das dritte jedem von den beiden gleich?

SKLAVE : ja.



26.Nov.2005

SOKRATES: Können wir nun nicht auch das noch hier in der Ecke ausfüllen?

SKLAVE : Allerdings.

SOKRATES: - Sind dies nun nicht vier gleiche Vierecke?

SKLAVE -: ja.

SOKRATES : Wie nun? Das wie vielfache ist wohl dies ganze von diesen?

SKLAVE : Das vierfache.

SOKRATES: Wir sollten aber ein Zweifaches bekommen, oder erinnerst du dich nicht?

SKLAVE -: Allerdings.

SOKRATES: Schneidet nun nicht diese Linie, welche aus einem Winkel in den andern geht, jedes von diesen Vierecken in zwei gleiche Teile?

SKLAVE ,: ja.

SOKRATES : Und werden nicht dieses vier gleiche Linien, welche dieses Viereck einschließen?

SKLAVE ,: Allerdings.

SOKRATES: So betrachte nun, wie groß wohl dieses Viereck ist?

SKLAVE : Das verstehe ich nicht.

SOKRATES -. Hat nicht von diesen Vieren von je einem jede Seite die Hälfte nach innen zu abgeschnitten? Oder nicht?

SKLAVE : ja.

SOKRATES: Wie viel solche sind nun in diesem?

SKLAVE : Vier.

SOKRATES : Wie viel aber in diesem?

SKLAVE : Zwei.

SOKRATES: Vier aber ist von zwei was doch?

SKLAVE : Das Zweifache.

SOKRATES: Wievielfüßig ist also dieses?

SKLAVE : Achtfüßig.

SOKRATES : Von welcher Linie?

SKLAVE : Von dieser.

SOKRATES : Von der, welche aus einem Winkel in den andern das vierfüßige schneidet?

SKLAVE : ja.

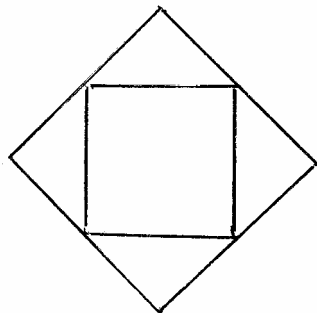
SOKRATES: Diese nun nennen die Gelehrten die Diagonale; so dass, wenn diese die

Diagonale heißt, alsdann aus der Diagonale, wie du behauptest, das zwiefache Viereck entsteht

SKLAVE : Allerdings, SOKRATES .

## HAUSAUFGABE zum November 2006

**Fertige eine Skizze zu diesem Dialog von Sokrates (Platon) an und löse das geometrische Problem.**









25.Nov.2006

## Altägyptische Mathematik<sup>1</sup> (Papyrus Rhind)<sup>2</sup>

### Zahlsystem

$1 = 10^0$		Ein Merkstrich oder Zeigefinger
$10 = 10^1$	∩	ein Bügel oder Huf
$100 = 10^2$	⊃	eine aufgerollte Meßschnur
$1\ 000 = 10^3$		eine Lotosblume*
$10\ 000 = 10^4$		ein gekrümmter Zeigefinger
$100\ 000 = 10^5$		eine Kaulquappe*
$1\ 000\ 000 = 10^6$		der Gott der Unendlichkeit

### Aufgaben

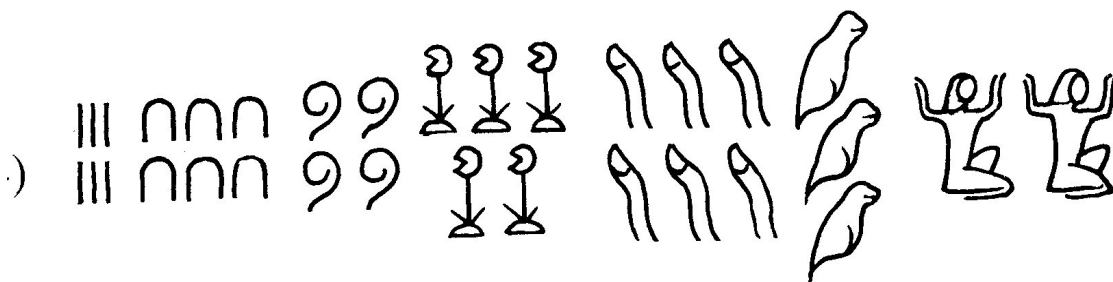
a) Entziffern Sie folgende Zahlen!



2123

400 700

30 018



2 365 466

<sup>1</sup> Johannes Lehmann 4000 Jahre Mathematik I (Ägypten) ISBN 3-332-00523-7 1994

<sup>2</sup> Das älteste **dokumentierte** Rätsel wurde von dem Ägyptologen Henry Rhind im Jahre 1858 in Luxor auf einer Papyrusrolle erworben. Der Verfasser dieser Papyrusrolle trug den Namen *Ahmes*. Das Dokument selbst stammt um ca. 1650 vor Christus. In einer Randnotiz merkt der Verfasser selbst an, dass er dieses Rätsel aus einer 200 Jahre zurückliegenden Quelle abgeschrieben hat. Damit dürfte es etwa 3850 Jahre alt sein.



25.Nov.2006

### Addition

III III  
III III

II III

$36 + 12$

III III III III III III  
III III III III III III

IIII III III III III III III  
IIII III III III III III III

$1654 + 2535$

### Multiplikation

I - III III

II III III III

III - III III III III

IIII - III III III III III III

III III III III III III III III

IIII III III III III III III III III

$13 \cdot 12$



25.Nov.2006 **Lösungen**

<p style="text-align: center;"><b>36+12=48</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>1654+2535=4189</b></p>																		
<table border="0"> <tr> <td>I -</td> <td>   n</td> <td>1 / 12</td> </tr> <tr> <td>  </td> <td>     nn</td> <td>2 24</td> </tr> <tr> <td>     -</td> <td>     nnnn</td> <td>4 / 48</td> </tr> <tr> <td>     -</td> <td>     nnnnnn</td> <td>8 / 96</td> </tr> <tr> <td>     n</td> <td>     nnnnnn 9</td> <td><u>16</u> <u>192</u></td> </tr> <tr> <td>☞     n</td> <td>     nnnnnn 9</td> <td>13 156</td> </tr> </table>	I -	n	1 / 12		nn	2 24	-	nnnn	4 / 48	-	nnnnnn	8 / 96	n	nnnnnn 9	<u>16</u> <u>192</u>	☞     n	nnnnnn 9	13 156	
I -	n	1 / 12																	
	nn	2 24																	
-	nnnn	4 / 48																	
-	nnnnnn	8 / 96																	
n	nnnnnn 9	<u>16</u> <u>192</u>																	
☞     n	nnnnnn 9	13 156																	

Die Lösung eines großen Problems stellt eine große Entdeckung dar, doch in der Lösung eines jeden Problems steckt etwas von einer Entdeckung.

Deine Aufgabe mag noch so bescheiden sein; wenn sie jedoch dein Interesse weckt, wenn deine Erfindungsgabe angeregt wird und du die Aufgabe aus dir selbst heraus löst, so wirst du die Spannung und den Triumph eines Entdeckers erfahren. Georg Polya<sup>34</sup>

<sup>3</sup> **Polya, Georg Schule des Denkens** Fracke Bern 1949/80

I: Zweck : ( Fragen, Anregungen, Denkooperationen

- II. 4 Phasen
1. Verstehen der Aufgabe
  2. Ausdenken eines Planes
  3. Ausführen des Planes
  4. Rückschau

III: Heuristik

Analogie - Bedingung - Definition - Diagnose - Hilfsaufgabe -Hilfselemente -  
 Induktion - Kontrolle - Dimensionsbetrachtung - Reductio ad absurdum - Prüfen  
 Variation der Aufgabe - Verallgemeinerung - Spezialisierung - Figur - Symmetrie - Übereinstimmungen - Beweis

<sup>4</sup> **Polya, Georg Vom Lösen mathematischer Aufgaben I / II** Birkhäuser Basel 1967

1. Schema zweier geometrischer Örter (z.B. ähnliche Figuren -Hilfsfiguren )
2. Descartsches Schema ( z.B. Aufstellen von Gleichungen )
3. Rekursionsverfahren ( z.B. Pascalsches Dreieck - Vollständige Induktion )
4. Superpositionsverfahren ( Kombinieren spezieller Fälle für den allgemeinen Fall )
5. Aufgaben(analyse) ( Klassifizierung - Komponenten )
6. Umfassendere Deutung
7. Werdegang der Lösung ( Idee, Vorschau, Pläne, Aufgaben in Aufgaben )
8. Pläne und Programme (Planungsschema )
9. Aufgaben in Aufgaben
10. Geburt der Idee
11. Denken (Voraussehen, Entscheiden,Organisieren, Erinnern, Ergänzen, Isolieren)
12. Umgruppieren, Kombinieren,Erkennen
13. Entdeckung ( Vernunft, Beharrlichkeit, Vielseitigkeit, Wissen,
14. Lernen, lehren ( Prinzipien : aktiv - motiviert -aufeinander folgende Phasen
15. Erraten und wissenschaftliche Methode